מועד ב', סמסטר חורף תשפ"א - אלגברה 1/מ, 104016

10.3.21

חלק ב'

ת"ז :

פקולטה :

- משך המבחן : 75 דקות.
- השימוש בחומר עזר כלשהו ובמחשבונים אסור בהחלט.
- **בשאלה 7 יש לנמק** היטב את התשובה. **תשובה לא מנומקת לא תחשב.**
  בשאלות 8-12 יש לסמן את התשובה הנכונה. **זה במודל**

ב ה צ ל ח ה !

שאלה מס' 7 : (20 נקודות)

הוכיחו את הטענות הבאות או הפריכו ע"י דוגמא נגדית :

א. יהי V מרחב וקטורי מעל שדה F, ויהי $T:V\to V$ אופרטור ליניארי ; אזי $V=\operatorname{Im}T+KerT$.

ב. אם $A\in\mathbb{R}^{4\times4}$ מקיימת : $rank(A)=2$ וגם $trace(A)=0$, אז A לכסינה.

שאלה מס' 8 : (6 נקודות)

תהי $A=\{a_{ij}\}$ מטריצה ממשית מסדר 3×3. נתון כי

$$A\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix},\quad A\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-2\\1\end{pmatrix},\quad A\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\3\\2\end{pmatrix}$$

אזי $a_{2,3}$ שווה ל- :

א. -1 ; ב. -2 ; ג. -3 ; ד. 2 ; ה. 3.

שאלה מס' 9 : (6 נקודות)

תהי $A\in\mathbb{R}^{m\times n}$ ותהי $T:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ ההעתקה הנתונה ע"י $T(v)=A\cdot v$; אזי לכל ערכי m,n בהכרח :

א. אם $m=n$ אז T חח"ע.

ב. אם T על אז $rank(A)=m$.

ג. אם T חח"ע אז $rank(A)=m$.

ד. אם $rank(A)=n$ אז T על.

ה. אם $n-m=2$ אז $\dim KerT=2$.

שאלה מס' 10 : (6 נקודות)

יהיו $W = span\left\{x^3+2x\ ,\ x^2-ax\right\}$, $U = span\left\{x^3-ax\ ,\ x^2+1\right\}$ שני תת מרחבים של $\mathbb{R}_3\left[x\right]$.

אם $\mathbb{R}_3\left[x\right] \neq U+W$, אזי :

א. $a=-1$; ב. $a=-2$; ג. $a=1$; ד. $a=2$; ה. $a=3$.

שאלה מס' 11 : (6 נקודות)

תהי $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a+1 & b+1 \\ 1 & 0 & a & b \\ 2 & b & a & b \\ 2 & a & a & b \end{pmatrix}$; אזי $\det(C)$ שווה ל- :

א. $(b-a)^2$; ב. $-(b-a)^2$; ג. a^2+b^2 ; ד. a^2-ab ; ה. $ab-a^2$

שאלה מס' 12 : (6 נקודות)

תהי $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$. אזי :

א. אם הפולינום האופייני של A הוא $f(t)=t^2-2t+1$ אז הפולינום האופייני של A^2 הוא $g(t)=t^4-4t^2+1$.

ב. אם A^2 לכסינה מעל $\mathbb{R}$ אז A לכסינה מעל $\mathbb{R}$.

ג. אם λ הוא ערך עצמי של A מריבוי אלגברי 2 אז λ^2 הוא ערך עצמי של A^2 מריבוי אלגברי 2.

ד. אם A לכסינה מעל $\mathbb{R}$ אז כל הערכים העצמיים שלה שונים זה מזה.

ה. אם $f(\lambda)=\lambda^3-4\lambda^2-\lambda+4$ הוא הפולינום האופייני של A אז A לכסינה מעל $\mathbb{R}$.